

ДОПОЛНЕНИЕ
= К =
ОБРАЗОВАНИЮ СОЛНЕЧНЫХ СИСТЕМ.

К. ЦИОЛКОВСКИЙ.

Адрес: Калуга, Жорес, 3. L'adresse: U. S. S. R. (Russie)
Kaluga. Ciolkowsky (latin).

КАЛУГА. — 1928.

Дополнение к Образованию Солнечных Систем.

В моем конспекте 25 г. формулы приливного действия (1—5) приведены без доказательства. Теперь, из старых записок 24 г., привожу опущенное.

Я начал свои расчеты с Луны по отношению к Земле. Потом не трудно применить те же формулы к любому спутнику по отношению к его планете и любой планете — по отношению к Солнцу.

Величины и числа. За основные единицы приняты метр и производные от него. За единицу времени секунда и год. (Pr_{11}) есть Ньютоново притяжение между единицами масс, на расстоянии единицы, выраженное в единицах секундного ускорения. $Pr_{11} = 67,10^{-9}$.

Массы Луны, Земли, Солнца и совокупности планет означены: M_l , M_z , M_s , M_p . Принимаем круглые числа: $M_z = 80$. $M_l = 6 \cdot 10^{21}$, $M_s = 2 \cdot 10^{27}$, $M_p = 2,6 \cdot 10^{24}$. Радиусы Земли и Солнца принимаются постоянными и означаются R_z и R_s или R_{z_1} и R_{s_1} . $R_{z_1} = R_z = 6,37 \cdot 10^6$, $R_s = 0,7 \cdot 10^9$. Год в секундах означен: $\Gamma_s = 31,56 \cdot 10^6$.

Расстояние между Луной и Землей $= R_{lz_1} = 60 R_z = 3,8 \cdot 10^8$. То же переменное расстояние $= R_{lz}$. Постоянное и переменное расстояние между Солнцем и планетой и суммой планет будет R_{sp_1} и R_{sp} . Скорости планет, Луны будут: Sp_1 , Sl_1 ; это современные, а переменные Sp , Sl . Скорости по экватору Солнца и Земли переменные и современные будут: S_{sz} и S_{sz_1} и S_{ss_1} и S_{ss} . Угловые скорости Луны, Земли, Солнца и планет современные будут U_{sl} , U_{sz} , U_{ss} , U_{sp} , а постоянные: U_{sl_1} , U_{sz_1} , U_{ss_1} , U_{sp_1} . Моменты суточного и годового движения планет и Солнца приведены в таблице **Образования Солнечных Систем**.

Зависимость между расстоянием (R_{lz} и R_{lz_1}) нашей Луны и центром Земли, абсолютной скоростью

Луны (Сл и Сл₁) и угловою (Усл и Усз) скоростью Луны и Земли, при круговых орбитах, выразим, на основании известных законов, формулами (центробежная сила равна силе тяготения):

$$\begin{aligned}
 1... \quad & \text{Пр}_{11} \cdot \text{Мз} : \text{Рлз}^2 = \text{Сл}^2 : \text{Рлз}, & \text{откуда} \\
 2... \quad & \text{Рлз} = \text{Пр}_{11} \cdot \text{Мз} : \text{Сл}^2, & 3... \quad \text{Сл} = \sqrt{\text{Пр}_{11} \cdot \text{Мз} : \text{Рлз}}, \\
 4... \quad & \text{Рлз}_1 = \text{Пр}_{11} \cdot \text{Мз} : \text{Сл}_1^2, & 5... \quad \text{Сл}_1 = \sqrt{\text{Пр}_{11} \cdot \text{Мз} : \text{Рлз}_1}, \\
 & \text{Далее:} & 6... \quad \text{Усл} = \text{Сл} : \text{Рлз} = \sqrt{\text{Пр}_{11} \cdot \text{Мз} : \text{Рлз}^3}, \\
 \text{откуда} & 7... \quad \text{Рлз} = \sqrt[3]{\text{Пр}_{11} \cdot \text{Мз} : \text{Усл}^2}, \\
 6_1... & \quad \text{Усл}_1 = \sqrt[3]{\text{Пр}_{11} \cdot \text{Мз} : \text{Рлз}_1^3}, \\
 7_1... & \quad \text{Рлз}_1 = \sqrt[3]{\text{Пр}_{11} \cdot \text{Мз} : \text{Усл}_1^2}.
 \end{aligned}$$

Тут (Пр₁₁) означает притяжение между единицами масс на расстоянии единицы, выраженное секундным ускорением. (Мз) есть масса Земли. Далее:

$$8... \quad \text{Усз} = \text{Сзз} : \text{Рз}_1 \text{ и } 8_1... \quad \text{Усз}_1 = \text{Сзз}_1 : \text{Рз}_1.$$

Здесь по порядку — угловая скорость вращения Земли, скорость экватор. точек Земли и ее радиус.

Если Земля изменяет скорость своего вращения от приливного действия Луны, то последняя не может остаться на том же расстоянии от планеты. Так как момент количества вращательного движения системы (Земля—Луна) от приливного действия должен остаться неизменным, то составим такое уравнение. (К) означает поправочный коэффициент к радиусу инерции (0,4) Земли, вследствие ее центрального уплотнения. Он меньше единицы.

$$9... \quad 0,4 \cdot \text{К} \cdot \text{Мз} \cdot \text{Сзз}_1 \cdot \text{Рз}_1 + \text{Мл} \cdot \text{Сл}_1 \cdot \text{Рлз}_1 = 0,4 \cdot \text{К} \cdot \text{Мз} \cdot \text{Сзз} \cdot \text{Рз}_1 + \text{Мл} \cdot \text{Сл} \cdot \text{Рлз}$$

Тут указатель внизу буквы означает постоянную современную величину (Сзз₁ и Рлз₁). Первая часть уравнения выражает хотя бы теперешний момент, а вторая — величину момента в другое время, хотя бы через миллионы лет.

Выключая отсюда $(Сл_1)$ и $(Сл)$ посредством уравнения (3) и (5) и определяя $(Сэз : Рз_1)$, получим:

$$12 \dots \frac{Сэз}{Рз_1} = \frac{Сэз_1}{Рз_1} + \frac{\sqrt{Пр_{11}} (\sqrt{Рлз_1} - \sqrt{Рлз}) Мл}{0,4 \cdot К \cdot Рз_1^2 \cdot \sqrt{Мз}}$$

Можем отсюда выключить $(Рлз_1)$ и $(Рлз)$ посредством формул (7₁) и (7). Тогда, принимая еще во внимание формулы (8) и (8₁), найдем:

$$13 \dots Усз = Усз_1 + \frac{Пр_{11}^{2/3} \cdot Мл (Усл_1^{-1/3} - Усл^{-1/3})}{0,4 \cdot К \cdot Рз_1^2 \cdot Мз^{1/3}}$$

Мы выясняли в Образ. Солн. Сист., что прежде, благодаря приливному действию, вращение Земли было скорее, также как и угловое поступательное движение Луны. Она была и ближе. Естественно предположить, что Луна отделилась от Земли там, т.-е. на таком расстоянии, на котором обе угловые скорости были равны, или где вся система вращалась, как одно тело (как свинченная). Тогда надо допустить в (13), что

14... $Усл = Усз$, т.-е. что угловые скорости обоих тел равны. Найдем:

$$16 \dots \frac{Усз}{Усз_1} = 1 + \frac{Пр_{11}^{2/3} \cdot Мл \cdot (Усл_1^{-1/3} - Усз^{-1/3})}{0,4 \cdot К \cdot Мз^{1/3} \cdot Рз_1^2 \cdot Усз_1}$$

Мы тут получили зависимость угловой скорости системы ($Усз = Усл$) от постоянных. Решение этого уравнения относительно ($Усз$) приводит к решению уравнения 4-й степени. Но так как в уравнен. (16) второй член в скобках раз в 5 меньше 1-го члена, то, пренебрегая им, получим такое первое приближительное решение:

$$17 \dots \frac{Усз}{Усз_1} = 1 + \frac{Мл}{0,4 \cdot К \cdot Рз_1^2 \cdot Усз_1} \sqrt[3]{\frac{Пр_{11}^2}{Мз \cdot Усл_1}}$$

Если выключить отсюда $(Усл_1)$ и $(Усл)$ с помощью уравн. (6₁) и (8₁), то найдем:

$$18 \dots \frac{U_{сз}}{U_{сз_1}} = 1 + \frac{M_{л}}{0,4 \cdot K \cdot R_{з_1} \cdot C_{сз_1}} \cdot \sqrt{\frac{P_{р_{11}} \cdot U_{лз_1}}{M_{з}}}$$

Если $K=1$, то $U_{сз} : U_{сз_1} = 5,05$.

Если же $K=0,5$, то $U_{сз} : U_{сз_1} = 9,1$.

Второе приближение найдем, подставив к форм. 13 полученные величины для ($U_{сз} = U_{сл}$). Тогда вычислим для угловой скорости системы 4,39 и 7,78. Значит во столько раз оно было быстрее теперешнего вращения Земли.

Третье приближение близко к этим числам. Значит, время вращения системы близко к 6—3 часам.

Определим соответствующее расстояние между Луной и центром Земли ($R_{лз}$).

$$\text{Имеем} \quad 7 \dots R_{лз} = \sqrt[3]{P_{р_{11}} \cdot M_{з} : U_{сл}^2}$$

Но $19 \dots U_{сл} : U_{сз_1} = U_{сз} : U_{сз_1} = A$, т.-е. постоянным (мы вычислим (A) от 4,39 до 7,78).

$$\text{Еще имеем} \quad 8_1 \dots U_{сз_1} = C_{сз_1} : R_{з_1}$$

Из уравнений 7, 19 и 8₁ получим:

$$28 \dots \frac{R_{лз}}{R_{з_1}} = \sqrt[3]{\frac{P_{р_{11}} \cdot M_{з}}{A^2 \cdot C_{сз_1}^2 \cdot R_{з_1}}} = 6,63 : A^{2/3}$$

Так как (A) известно, то, вычисляя, найдем для места отделения Луны от Земли: от 2,48 до 1,69. Расстояние же от поверхности Земли будет от 1,48 до 0,69 радиуса Земли. Едва ли (K) далеко от единицы, так что ближе к истине первое число (1,48). Но мы при этих расчетах предположили неизменность объема Земли. Объем ее был в момент рождения Луны гораздо больше, так как она простиралась до тогдашней Луны, именно объем был в 15—4,8 раз больше. При равномерной плотности, вращение бы ее замедлилось в 6—3 раза и, следов., Луна отделилась бы гораздо дальше. Но дело в том, что газообразная масса Земли была и тогда, вследствие центрального громадного давления,

сосредоточена в центре, а ближе к Луне была масса очень разреженная. Так что момент инерции и тогдашней Земли немного отличался от теперешнего. Притом замечается на Солнце, а значит и на других газообразных телах, какой была тогда Земля, превышение скорости вращения центральных частей сравнительно с окраинными. Все это в совокупности не даст для места рождения Луны расстояние больше вычисленного, т.-е. от 2,5 до 1,7 радиуса Земли, или от ее поверхности от 1,5 до 0,7 радиуса.

Время обращения системы будет:

$$\text{Воз} : \frac{U_{сз}}{U_{сз_1}} = \frac{\text{Воз}}{A} = 24 : A$$

Получим от 5,47 до 3,09 часов. Еще менее приблизительно, чем ранее, из 18, найдем:

$$31... \quad \frac{U_{сз}}{U_{сз_1}} = A = \frac{M_{л}}{0,4 \cdot K \cdot P_{з_1} \cdot C_{сз_1}} \cdot \sqrt{\frac{P_{р_{11}} \cdot R_{лз_1}}{M_{з}}}$$

Из этого и 28 уравн., не точно, выведем:

$$32... \quad \frac{R_{лз}}{P_{з_1}} = \sqrt[3]{0,16 \cdot K^2 \cdot \left(\frac{P_{з_1}}{R_{лз_1}}\right) \cdot \left(\frac{M_{з}}{M_{л}}\right)^2}$$

Следовательно, Луна родится тем ближе к Земле: 1) чем (K) меньше, т.-е. чем плотнее центральные части Земли по отношению к краевым; 2) чем начальное расстояние Луны больше по отношению к размерам Земли; 3) чем больше масса Луны по отношению к земной. К этому надо еще прибавить: 4) чем периферические скорости Земли меньше (как на Солнце) по отношению к центральным.

Для Земли (современной) я вычислил (K) в $\frac{2}{11} = 0,793$. Если принять (K) в 0,75 или $\frac{3}{4}$, то по форм. 32, вычислим: 37... $R_{лз} : P_{з_1} = 1,92$. Для Сатурна и его колец сейчас имеем:

Радиус Сатурна = 1; рад. внутреннего кольца = 1,59; радиус внешнего кольца = 2,37; средний будет = 1,98.

Значит, Земля с Луной когда то были в положении Сатурна с его кольцами, но Сатурн сохранил их, Земля—нет. Из этого, впрочем, видно, что кольца, из которых образовалась Луна, были сравнительно дальше, чем Сатурновы.

Узнаем время удаления Луны от места ее рождения до теперешнего ее положения. Работа прилива в 1 секунду на Земле от действия одной Луны выражается произведением следующих величин.

1) Средней приливной поверхности, которую, приблиз., примем в $\frac{1}{3}$ поверхности Земли. Значит, она будет: $40 \cdot \frac{1}{3} \cdot \Pi_3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_3^2$.

2) Высоте прилива, сравнит. с высотой отлива.

3) Плотности океана или средней плотности жидкой Земли.

4) Силе притяжения на поверхности Земли.

5) Разности числа оборотов Земли и Луны (по орбите) в 1 секунду.

6) Поправочный коэффициент, меньший единицы. Притяжение Луны будет:

$$41 \dots \quad \Pi_{\text{Рл}} = \frac{T_{\text{л}} \cdot R_{\text{л}}^2}{R_{\text{лз}}^2}. \quad \text{Тут в числителе}$$

тяжесть у лунной поверхности и радиус Луны. Дифференциал лунного притяжения, при изменении расстояния, получим из 41:

$$42 \dots \quad d\Pi_{\text{Рл}} = T_{\text{л}} \cdot \frac{R_{\text{л}}^2}{R_{\text{лз}}^3} \cdot 2 \cdot dR_{\text{лз}} = 2 \cdot T_{\text{л}} \cdot \left(\frac{R_{\text{л}}}{R_{\text{лз}}} \right)^2 \cdot \frac{dR_{\text{лз}}}{R_{\text{лз}}}.$$

Ищем абсолютные величины и потому знаков не меняем. ($T_{\text{л}}$) и вообще тяготение мы будем выражать секундным ускорением падающих тел. Единица силы есть та, которая тонне сообщает в секунду прибавку скорости (ускорение) в 1 метр. Далее:

$$43 \dots \quad T_{\text{л}} = \frac{\Pi_{\text{Рл}} \cdot M_{\text{л}}}{R_{\text{л}}^2}. \quad \text{Поэтому}$$

$$44 \dots \quad d\Pi_{\text{Рл}} = 2 \cdot \Pi_{\text{Рл}} \cdot M_{\text{л}} \cdot \frac{dR_{\text{лз}}}{R_{\text{лз}}^3}.$$

Выразим высоту прилива:

$$45... \quad Вп = \frac{dПрл}{T_3} \cdot R_{з_1}, \quad \text{т.-е. прилив-}$$

ное действие пропорционально радиусу Земли, а для получения высоты поднятия, надо приливное действие разделить на Земное ускорение. Оно равно:

$$45_1... \quad T_3 = \frac{Пр_{11} \cdot M_з}{R_{з_1}^2} \quad \text{Теперь}$$

из 45, 45₁ и 44, полагая

$$46... \quad dРлз = R_{з_1}, \quad \text{получим:}$$

$$47 \quad Вп = 2 \cdot \left(\frac{Мл}{Мз} \right) \cdot \frac{R_{з_1}^4}{R_{лз}^3} \quad \text{Для про-}$$

верки вычислим высоту прилива. Получим 0,74 м., что недалеко от истины. Мы опустили тут объяснение того, почему (dПр) помножаем на (R_з), а не на (R_з:2).

Значит, высота прилива не зависит от силы тяготения (Пр₁₁), но пропорциональна отношению (Мл:Мз), быстро возрастает с отношением (R_з:R_{лз}), т.-е. с приближением Луны к Земле, и пропорц. радиусу Земли.

Разность угловых скоростей вращения Земли и движения Луны по ее орбите узнаем из уравн. 6 и 8.

$$51... \quad \frac{Усз}{2\pi} - \frac{Усл}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{Сзз}{R_{з_1}} - \sqrt{\frac{Пр_{11} \cdot M_з}{R_{лз}^3}} \right\}.$$

Этим мы выразили, на сколько число оборотов Земли в 1 секунду больше числа оборотов Луны по орбите в то же время. Конечно, на практике, получится в 1 секунду очень малая часть полного оборота, (Сзз) знаем из 11.

Теперь у нас все готово, чтобы определить работу прилива или потерю энергии (превращаемой в теплоту и лучеиспускание) в течение дифференциала времени (dВр). Единица работы будет тоннометр, деленный на 9,8.

Итак, получим, по сокращении:

$$53... \quad dPrp = \frac{4}{3} \cdot Pr_{11} \cdot Kп \cdot Плок \cdot Мл \cdot \left(\frac{Pз_1}{Pлз} \right)^3 \left\{ Cзз - \right. \\ \left. - \left(\frac{Pз_1}{Pлз} \right) \sqrt{\frac{Pr_{11} \cdot Мз}{Pлз}} \right\} \cdot dBr.$$

Поправочный коэффиц. (Кп) относится и к поверхности и к тому, что часть приливной работы возвращается. (Плок) есть плотность океана.

Видим, что эта работа (dPrp) пропорциональна силе мирового тяготения, плотности океана (Земли), массе Луны и возрастает с отношением (Pз:Pлз), т.е. с приближением Луны к Земле.

От приливного действия скорости движения Земли и Луны изменяются, Луна удаляется. Надо учесть соединенные с этим работы, чтобы составить уравнение, необходимое для определения времени рождения Луны, или отделения ее от Земли.

Приступим к этому. Кинетическая энергия движения Луны и Земли будет:

$$55... \quad Kэл = \frac{Cл^2}{2} \cdot Мл, \quad \text{или, по 3,}$$

$$56... \quad Kэл = \frac{Pr_{11}}{2} \cdot \frac{Мл \cdot Ма}{Pлз}.$$

Далее, с помощью 11:

$$57... \quad Kзз = 0,4 \cdot K \cdot Мз \cdot 0,5 \cdot Cзз^2 = \\ = 0,2 \cdot K \cdot Мз \cdot \left\{ Cзз_1 + \frac{\sqrt{Pr_{11}} \cdot Мл \cdot (\sqrt{Pлз_1} - \sqrt{Pлз})}{0,4 \cdot K \cdot \sqrt{Мз} \cdot Pз_1} \right\}^2$$

Дифференцируя обе энергии относительно (Pлз), получим:

$$58... \quad dKэл = \frac{-Pr_{11} \cdot Мл \cdot Ма}{2Pлз^2} \cdot dPлз \quad \text{и}$$

$$59... \quad dK_{\Sigma} = \frac{-\sqrt{Pr_{11} \cdot M_{\Sigma} \cdot M_L}}{2 \cdot R_{\Sigma_1} \cdot \sqrt{R_{L\Sigma}}} \times \\ \times \left\{ C_{\Sigma\Sigma_1} + \frac{\sqrt{Pr_{11} \cdot M_L} \cdot (\sqrt{R_{L\Sigma_1}} - \sqrt{R_{L\Sigma}})}{0,4 \cdot K \cdot \sqrt{M_{\Sigma} \cdot R_{\Sigma_1}}} \right\} \cdot dR_{L\Sigma}.$$

Не забудем, что здесь (K) есть поправочный коэффициент к моменту инерции сгущенного в центре земного шара. Минусы тут показывают, что с возрастанием расстояния (R_{LΣ}) скорость небесных тел и работа их движения уменьшается (и наоборот).

Дифференциал работы тяготения, при удалении Луны от Земли, будет:

$$60... \quad dP_T = 2 \cdot dK_{\Sigma} = \frac{+Pr_{11} \cdot M_L \cdot M_{\Sigma}}{R_{L\Sigma}^3} \cdot dR_{L\Sigma}.$$

Мы не объясняем очень простую вещь, выражаемую этой формулой; именно, что работа удаления вдвое больше работы потерянной скорости.

Теперь у нас все данные для составления необходимого нам уравнения. Заметим только, что потеря работы системой (Луна—Земля), от уменьшения скорости Луны и Земли, должна равняться приобретению работы от прилива (которая частью теряется, превращаясь через трение в теплоту) и от удаления Луны от Земли. Изменением работы поступательного движения Земли по маленькой орбите вокруг центра тяжести системы пренебрегаем, вследствие ее малости (1 : 80). Значит получим:

$$61... \quad dK_{\Sigma} + dK_{\Sigma} = dP_{Pr} + dP_T,$$

или так, если сохранить отрицательные знаки дифференциалов:

$$62... \quad dK_{\Sigma} + dK_{\Sigma} + dP_{Pr} + dP_T = 0.$$

Тут первые два слагаемые отрицательны.

Теперь с помощью этого и уравн. 59, 58, 53 и 60, по сокращении, найдем:

$$64... \quad dV_p = \frac{3 \cdot \sqrt{M_3} \cdot \sqrt{R_{ЛЗ}^5} \cdot dR_{ЛЗ}}{8 \cdot \sqrt{P_{P_{11}}} \cdot K_{П} \cdot P_{Лок} R_3^4}$$

Чтобы удобнее сократить, мы в уравнении 59 выражение в средних скобках заменили предварительно, на основании 12, величиною (Сэз).

Интегрируя (64) и определяя постоянное, получим:

$$69... \quad V_p = \frac{3 \cdot \sqrt{M_3}}{28 \cdot K_{П} \cdot P_{Лок} \cdot \sqrt{P_{P_{11}}} \cdot R_3} \times \\ \times \left\{ \left(\frac{R_{ЛЗ_1}}{R_3} \right)^{7/2} - \left(\frac{R_{ЛЗ}}{R_3} \right)^{7/2} \right\}.$$

Знак меняем на обратный, так как ищем абсолютную величину прошедшего с момента рождения Луны времени. Формула же, без этого, выражает прошедшее время, если (Рлз) меньше (Рлз₁) и обратно.

Второй член в средних скобках обыкновенно мал, в сравнении с первым. Поэтому можем положить:

$$70... \quad V_p = \frac{3 \cdot \sqrt{M_3}}{28 \cdot K_{П} \cdot P_{Лок} \cdot \sqrt{P_{P_{11}}} \cdot R_3} \left(\frac{R_{ЛЗ_1}}{R_3} \right)^{7/2}$$

Отсюда видно, что время удаления спутников быстро возрастает с их отдаленностью в настоящее время. Если (Мз) выразить в зависимости от ее радиуса и плотности, то нашли бы, по 70, что это время также обратно пропорционально радиусу Земли в степени 2,5. Положим еще в (70): $K_{П} = 1$ и $P_{Лок} = 1$. Тогда

$$71... \quad V_p = 412 \sqrt{\frac{M_3}{R_3}} \cdot \left(\frac{R_{ЛЗ_1}}{R_3} \right)^{7/2} \text{ сек.}$$

Теперь, по известным данным, найдем по 71:

$$72... \quad V_p = 21080 \cdot 10^{12} \text{ сек.} = 782 \cdot 10^6 \text{ лет.}$$

Не забудем, что этот вывод может считаться только грубым решением. Действительно, радиус Земли в момент рождения Луны был раза в 2 больше, приливное торможение было гораздо сильнее и потому, при той же

массе Земли (70), вычисленное время должно сильно сократиться. Хотя, с другой стороны, возвращение работы приливной волны (Кп) и малая плотность первого газообразного океана (Плок) должны это время удлинить. Вообще, найденное число максимальное. В применении форм. 70 к Земле и Солнцу нашли бы около 4 биллионов лет ($4 \cdot 10^{12}$). Но и тут и по той же причине получим преувеличенное число.

Явления, касающиеся планет и Солнца, сложнее. Тут мы употребили не совсем сходные приемы.

Главное уравнение, определяющее место отделения планет от Солнца, основано на теореме: момент вращательного движения изолированной системы есть величина постоянная, несмотря на всевозможное взаимодействие частей этой системы.

Таким образом получим:

$$88... \quad Мп.Кпл + Мс.Кс = Мп.Рпс.Сп.Кпл + \\ + 0,4 \text{ Кс. Мс. Рс. Сс.}$$

Здесь по порядку величины: момент планет, поправочный коэффициент на случай, если есть еще планеты (за Ураном), момент Солнца, поправочный множитель момента вследствие сгущения материи внутри светила, масса планет (Мп), расстояние, на котором отделились планеты (Рпс), соответствующая скорость, масса Солнца, его радиус и скорость его экваториальных частиц.

Далее имеем формулы аналогичные 1—8₁:

$$89... \quad Сп = \sqrt{Пр_{11} \cdot Мс : Рсп};$$

$$90... \quad Сп_1 = \sqrt{Пр_{11} \cdot Мс : Рсп_1};$$

$$91... \quad Рсп = Пр_{11} \cdot Мс : Сп^2; \quad 92... \quad Рсп_1 = Пр_{11} \cdot Мс : Сп_1^2$$

$$93... \quad Усп = Сп : Рпс; \quad 94... \quad Усп_1 = Сп_1 : Рпс_1;$$

$$95... \quad Усп = \sqrt{Пр_{11} \cdot Мс : Рпс^3};$$

$$96... \quad Усп_1 = \sqrt{Пр_{11} \cdot Мс : Рпс_1^3};$$

$$97... \quad Рсп = \sqrt[3]{Пр_{11} \cdot Мс : Усп^2};$$

$$98... R_{сп_1} = \sqrt[3]{Pr_{11} \cdot Mc : U_{сп_1}^2};$$

$$99... U_{сс} = C_{эс} : Rc; \quad 100... U_{сс_1} = C_{эс_1} : Rc.$$

Теперь из 88, 99 и 93 получим:

$$101... M_{мп} \cdot K_{п} + M_{мс} \cdot K_{с} = M_{п} \cdot R_{пс}^2 \cdot U_{сп} \cdot K_{п} + \\ + 0,4 \cdot K_{с} \cdot Mc \cdot Rc^2 \cdot U_{сс}.$$

Отсюда, с помощью 97, найдем:

$$102... M_{мп} \cdot K_{п} + M_{мс} \cdot K_{с} = M_{п} \cdot K_{п} \cdot \sqrt[3]{Pr_{11} \cdot Mc^2 : U_{сп}} + \\ + 0,4 \cdot K_{с} \cdot Mc \cdot Rc^2 \cdot U_{сс}.$$

Возможно, что масса планет отделилась в том месте, или на таком расстоянии от центра Солнца, где угловая скорость вращения Солнца равнялась угловой скорости планет (по их средней орбите).

Чтобы определить из последнего уравнения эту общую угловую скорость, мы должны в нем (102) положить: $U_{сп} = U_{сс}$, т.-е., что обе угловые скорости равны. Найдем из 102:

$$103 \dots U_{сс} = \frac{M_{мп} \cdot K_{п} + M_{мс} \cdot K_{с}}{0,4 \cdot K_{с} \cdot Mc \cdot Rc^2} \cdot \\ \cdot \frac{M_{п} \cdot K_{п} \cdot Pr_{11}^{2/3}}{0,4 \cdot K_{с} \cdot Mc^{1/3} \cdot Rc^2 \cdot \sqrt[3]{U_{сс}}}$$

Нашли среднюю угловую скорость всей системы.

Из 97 имеем: 104... $U_{сп} = U_{сс} = \sqrt[3]{Pr_{11} \cdot Mc : Rc^3}$.

Исключая из 103 ($U_{сс}$) с помощью 104, получим:

$$105... \frac{R_{сп}}{Rc} = \left\{ \frac{5(M_{мп} \cdot K_{п} + M_{мс} \cdot K_{с})}{2 K_{с} \cdot \sqrt[3]{Pr_{11} \cdot Rc \cdot Mc^3}} \times \right. \\ \left. \times \left(1 + \frac{Pr_{11} \cdot K_{п} \cdot Mc \cdot M_{п}}{Rc (M_{мп} \cdot K_{п} + M_{мс} \cdot K_{с}) \sqrt[3]{\frac{R_{сп}}{Rc}}} \right) \right\}^{-2/3}$$

Положим во втором члене в скобках (что с единицей):

$$K_{п} = 1; K_{с} = 1; M_{мп} + M_{мс} = 318 \cdot 10^{38}; Mc = 33 \cdot 10^4 \cdot M_{з} = \\ = 198 \cdot 10^{26}; M_{п} = 436 \cdot M_{з} = 262 \cdot 10^{32}.$$

Тогда найдем для второго члена крайне малую величину по отношению к единице. Следовательно, вторым членом в скобках можем пренебречь. Вместо 105 получим:

$$106... \quad \frac{R_{пс}}{R_c} = \left\{ \frac{0,4 \cdot K_c \cdot \sqrt{P_{p11} \cdot R_c \cdot M_{с^3}}}{M_{пп} \cdot K_{п} + M_{мс} \cdot K_c} \right\}^{+2/3}$$

При вышеприведенных условиях вычислим:

$$R_{сп} : R_c = 4,26. \quad \text{Вообще, приближенно:}$$

$$R_{пс} : R_c = (8,8 \cdot K_c : K_{п})^{2/3}.$$

Неизвестна степень центрального сгущения Солнца (K_c), также неизвестен и момент неведомых планет. Поэтому ограничиваемся приводимой тут таблицей:

K_c	$K_{п}$	$R_{пс} : R_c$	$(R_{пс} : R_c) - 1$
0,25	1,5	1,29	0,29
0,5	1	2,69	1,69
0,5	1,5	2,05	1,05
1	1	4,26	3,26

Возможное расстояние от центра Солнца в 2,7 рад. Солнца или от его поверхности в 1,7.

В чем же может быть погрешность нашего учета? Главная погрешность в потере массы Солнцем и планетами. Эта погрешность, согласно формуле

106, хоть отчасти сглаживается. Вторая погрешность в том, что периферические части раскаленной системы в своем вращении отстают от центральных, как это мы видим на примере нашего Солнца. В таком случае надо принять для рождения планет место более удаленное от Солнца, чем мы нашли, напр., 2—3 радиуса от центра, даже до 4 радиусов.

Формулы (1—3) Образов. Солн. Систем тождественны с форм. 106. В **Образ. Солн. Сист.**, для вычисления времени рождения Лун, мы пользовались выведенной тут формулой 70. Но она тождественна с форм. 23 (**Обр. С. С.**), если в 70 заменить систему Земля — Луна системой Солнце — планета и массу выразить в зависимости от радиуса и плотности. Уравн. (64) дает нам

продвижение планеты или Луны в единицу времени, т.-е. скорость радиального удаления Луны. Именно:

$$107. \dots \frac{dR_{лз}}{dVp} = \frac{8 \cdot \sqrt{\Pi p_{11} \cdot Kп \cdot Плок \cdot Rз^4}}{3 \cdot \sqrt{Mз \cdot Rлз^5}}$$

Но эту же формулу можем применить к планете и Солнцу. Заменяем (Плок) плотностью Солнца (Плс), радиус Земли — радиусом Солнца (Рс), массу Земли — массой Солнца (Мс), расстояние между Луною и Землею — расстоянием между планетой и Солнцем (Рсп).

Тогда, вместо 107, найдем:

$$108. \dots \frac{dR_{сп}}{dVp} = \frac{8 \cdot \sqrt{\Pi p_{11} \cdot Kп \cdot Плс \cdot Рс^4}}{3 \cdot \sqrt{Мс \cdot R_{сп}^5}}$$

Заменяя тут еще (Мс) через $\frac{4}{3}\pi \cdot Rс^3 \cdot Плс$, получим формулу 5 (стр. 6) в **Образ. Солн. Систем**:

$$109. \dots \frac{dR_{сп}}{dVp} = 4 \cdot Kп \cdot \sqrt{\frac{\Pi p_{11} \cdot Плс}{3\pi}} \cdot \left(\frac{Рс_1}{R_{сп}}\right)^{5/2} \\ = 4Kп \cdot \sqrt{\frac{\Pi p_{11} \cdot Плс}{3\pi}} \cdot \left(\frac{Рс_1}{R_{сп_1}}\right)^{5/2} \cdot \left(\frac{R_{сп_1}}{R_{сп}}\right)^{5/2}.$$

(Видим, что в форм. 5 опечатка: пропущен у последнего отношения показатель). Кстати, в **Обр. Солн. Сист.** надо считать излишними 6 строчек, начиная с 8 стран. внизу со слов: **интегрируя (5)** до слов на странице 9: **Но необходимо.**

В форм. 16 **Обр. С. С.** также опечатка: показатель радикала не 28, а 23. Из 16 и 23 (**Обр. С. С.**), найдем, вместо 18, которую нужно выбросить:

$$110. \dots Vp = M \left\{ D^3 \cdot \left(\frac{R_{сп_1}}{Рс_1}\right) \right\}^{7/23}, \text{ где}$$

$$111. \dots M = \frac{Рс_1}{14 \cdot Kп \cdot Рс} \cdot \sqrt{\frac{3\pi}{\Pi p_{11} \cdot Плс}}, \text{ а (Д)}$$

известно по форм. (17) **Обр. С. С.**

Неомотря на опечатки, все вычисления были сделаны в рукописи по верным формулам и числа таблицы на стр. 26—27 (**Образ. С. С.**) совершенно верны, как и другие вычисления, приведенные в этой книжке. Это мною проверено много раз раньше и теперь, когда переписывалось это дополнение.

Для облегчения желающих сделать проверку, привожу тут численное значение некоторых величин.

$$\text{Пр}_{11} = 67 \cdot 10^{-9}; \quad C = 313 \cdot 10^{-7};$$

$$\sqrt{\frac{3\pi}{\text{Пр}_{11} \cdot \text{Плс}}} = 10120; \quad M = 16293; \quad D = 130 \cdot 10^6;$$

$$\sqrt{\frac{\text{Пр}_{11} \cdot \text{Плс}}{3\pi}} = 0,99 \cdot 10^{-4}.$$

До сравнения радиальных скоростей планет (от двух причин), мы не принимали в расчет изменения массы и радиуса Солнца, но в этом и не было особенной необходимости. Действительно, из 11 строки таблицы (**б. С. С.**) видим, что изменение радиуса Солнца до сравнения скоростей не превышает 9%. Значит, ошибка при вычислении времени, когда принимается в расчет одно приливное действие, совершенно ничтожна в сравнении с возможностью других ошибок.

После же сравнения скоростей принимается во внимание при составлении расчетов только изменение массы Солнца, так как сравнительное приливное торможение близится к нулю.

Из напечатанного конспекта (**Образ. Солн. Системы**) видно, что на одно рождение планет надобно около $30 \cdot 10^{12}$ лет. Но ведь надо еще время на сгущение газобразной массы до состояния гигантского Солнца, надо время на разложение и взрыв остывшего светила. Выходит, что полный цикл Солнца гораздо более 30 биллионов лет. Этому не противоречит медленность разложения тяжелых атомов. Действительно, первое разложение тория совершается в 18 миллиардов лет.

Сколько же требуется времени для разложения „нерадиоактивных“ элементов! Но эти неизвестные и, конечно, громадные времена разложения обуславливают и соответствуют времени полного солнечного цикла.

Кроме того, если бы времена эти были во много раз меньше, то вычисленное мною замедление в годовом обращении планет было бы больше и могло бы быть замечено, чего нет. Не противоречит этому также время удаления спутников Юпитера и Сатурна приливным действием, которое определяется мною в сотни миллиардов лет.

Но, с другой стороны, если принять возникновение трех новых солнц в столетие и число светлых, темных и невидимых солнц нашего млечного пути в 3 миллиарда, то найдем, что весь Млечный Путь обновляется в 100 миллиардов лет. Такова будет и продолжительность солнечного периода. Это будет, по крайней мере, в 1000 раз меньше, чем мы определили. Отсюда видно, что появление новых солнц не есть в действительности конец периода, не есть последний взрыв, а простая вспышка, что-то вроде грандиозного извержения или землетрясения, борьба с отвердевающим, цепенеющим солнцем и радиоактивными внутри его силами. Такие вспышки должны повторяться на каждом солнце, в течение его полного периода, тысячу раз. Как можно ограничиться для солнечного цикла миллиардами лет, когда одно образование земной коры поглощает до тысячи миллионов лет!...

Цикл Млечного Пути отчасти определяется временем слияния всех его солнц. По моим расчетам, на это надо, примерно, 10^{25} лет. В этот промежуток солнца Млечного Пути должны почти все слиться. Оно неизбежно. На то надо только достаточно времени.

Мы видели, что на образование планет надо $30 \cdot 10^{12}$ лет. Если примем полный цикл Солнца в тысячу миллиардов лет (10^{15}), то и тогда он окажется в 10^{10} раз долже цикла Млечного Пути. Это значит, что каждое солнце повторит свою жизнь 10 миллиардов раз, прежде

чем звезды Млечного Пути сольются в одну звезду (большое солнце).

Вероятное время слияния двух солнц, при средних условиях, составляет около $5 \cdot 10^{21}$ лет. Это также больше принятого нами периода солнечной жизни в $5 \cdot 10^6$, т.-е. солнце должно пять миллионов раз вспыхнуть и потухнуть, прежде чем оно столкнется с другим. Подразумевается столкновение на протяжении одного радиуса (радиус на радиус) Центральное столкновение требует бескопечного времени. Еще вопрос в том: сольются ли при радиальном или даже бо ее тесном столкновении солнца. Не разлетятся ли они после столкновения и не образуют ли вновь два солнца или несколько небесных тел. Но несомненно, что если не первое, то повторное, многократное столкновение положит предел существованию Млечного Пути в его теперешнем виде. Тогда его период окажется больше мною вычисленного.

Теперь наблюдают гораздо большее число звездных вспышек, что только подтверждает нашу мысль о временных звездах, как о чем то многократно повторяющемся. Может быть этими бесчисленными вспышками и рассеивается постепенно умирающее Солнце, а не одним могучим взрывом. Даже наше светило подвержено 11-летнему периоду слабых вспышек. Потом его вспышки должны быть реже, но сильнее.

Еще пояснение. Потерю материи Солнцем я не понимаю буквально. Как озеро испаряется и высыхает, так и светило разлагается на простейшую материю, которая выделяется в окружающее пространство, производя свет. Ни там, ни сям нет потери массы. Я не думаю также, что частицы Солнца летят со скоростью света: они только колеблются с такою скоростью.

Мой адрес: **Калуга. Жорес. 3.** U. S. S. R. (Russie).
Kaluga. Ciolkowsky (latin)

К. Циолковский.